

Diskrétní modelování vývoje pomocí celulárních automatů (CA) druhá část:

Celulární automaty I

Samoorganizace, definice a druhy CA, ...

Celulární automaty II

Modely samoorganizované kritičnosti

Vlastnosti hry života viz předchozí presentace

Vývoj na vzorku $L \times L$ vždy dosáhne stacionárního stavu s cca 3 % živých buněk - atraktor.
Proces je samoorganizující se. Potřebný čas $t_{\text{rel}} \sim L^{1/2}$.

Provedme poruchu stavu:
jednu mrtvou buňku změňme na živou buňku.
Následně se dosáhne obecně jiný stacionární stav.
Změna se může lavinovitě šířit přes celou konfiguraci.
Měříme velikost S laviny změn.

$$n(S) = S^{-\tau}, \quad \tau \approx 1,3$$

Existence mocninné závislosti implikuje,
že není žádná typická velikost laviny!

3d varianta na youtube

<http://www.youtube.com/watch?v=xg0PKAvL01Y>

Samoorganizovaná kritikalita

self-organized criticality (SOC)

http://en.wikipedia.org/wiki/Self-organized_criticality

BTW (*Per Bak, Chao Tang and Kurt Wiesenfeld*) model 1987

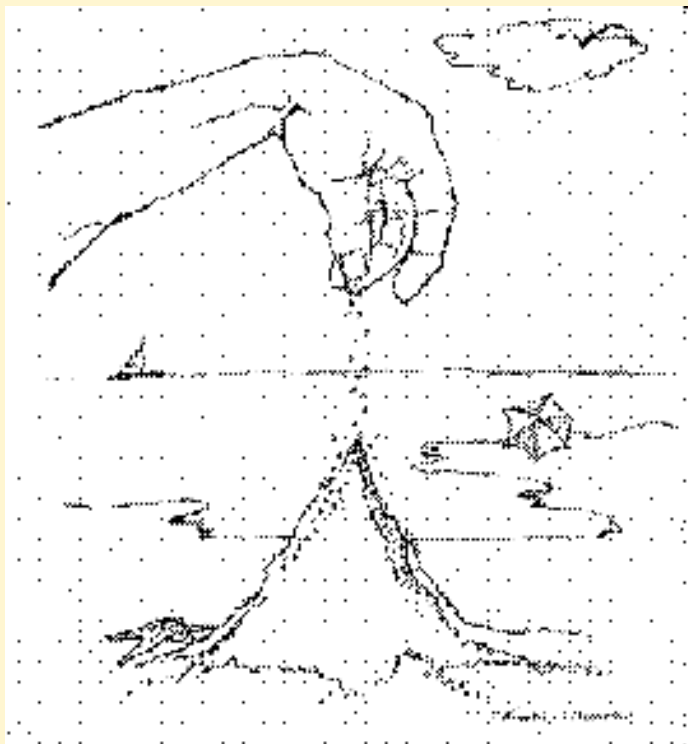
P. Bak, C. Tang a K. Wiesenfeld, Physical Review Letters **59** (4): 381–384, (1987).

Samoorganizovaný kritický systém je disipativní systém spontánně se vyvíjející do stacionárního stavu s korelacemi na všech škálách.

Příklady:

- hromádky sypaného písku
- stékající kapky na skle
- sněhové laviny
- pohyb zemských desek-zemětřesení
- vznik zácp v dopravě
- evoluce
- etc.

Pískové kupy



BTW model *(Per Bak, Chao Tang and Kurt Wiesenfeld)*

stav: soubor nezáporných celých čísel na 2 D mřížce $z(x, y) \leq 0$

pravidla: na náhodně vybraný uzel se uloží částice.

$$z(x, y) \text{ se zvětší na } z(x, y) + 1$$

libovolný uzel s $z(x, y) \geq 4$ je nestabilní

při dosažení nestability nastane redistribuce:

$$z(x, y) \rightarrow z(x, y) - 4$$

$$z(x \pm 1, y) \rightarrow z(x \pm 1, y) + 1$$

$$z(x, y \pm 1) \rightarrow z(x, y \pm 1) + 1$$

Vznik nestabilit se může řetězit.

Vznikají laviny změn

1	2	0	2	3
2	3	2	3	0
1	2	3	3	2
3	1	3	2	1
0	2	2	1	2

1	2	0	2	3
2	3	2	3	0
1	2	4	3	2
3	1	3	2	1
0	2	2	1	2

1	2	0	2	3
2	3	3	3	0
1	3	0	4	2
3	1	4	2	1
0	2	2	1	2

1	2	0	2	3
2	3	3	4	0
1	3	2	0	3
3	2	0	4	1
0	2	3	1	2

1	2	0	3	3
2	3	4	0	1
1	3	2	2	3
3	2	1	0	2
0	2	3	2	2

1	2	1	3	3
2	4	0	1	1
1	3	3	2	3
3	2	1	0	2
0	2	3	2	2

1	3	1	3	3
3	0	1	1	1
1	4	3	2	3
3	2	1	0	2
0	2	3	2	2

1	3	1	3	3
3	1	1	1	1
2	0	4	2	3
3	3	1	0	2
0	2	3	2	2

1	3	1	3	3
3	1	2	1	1
2	1	0	3	3
3	3	2	0	2
0	2	3	2	2

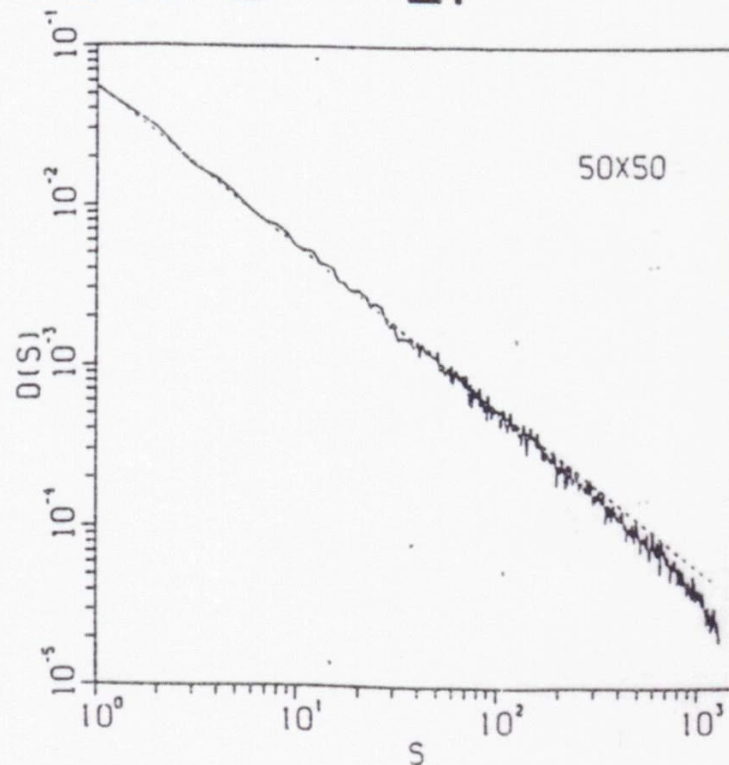
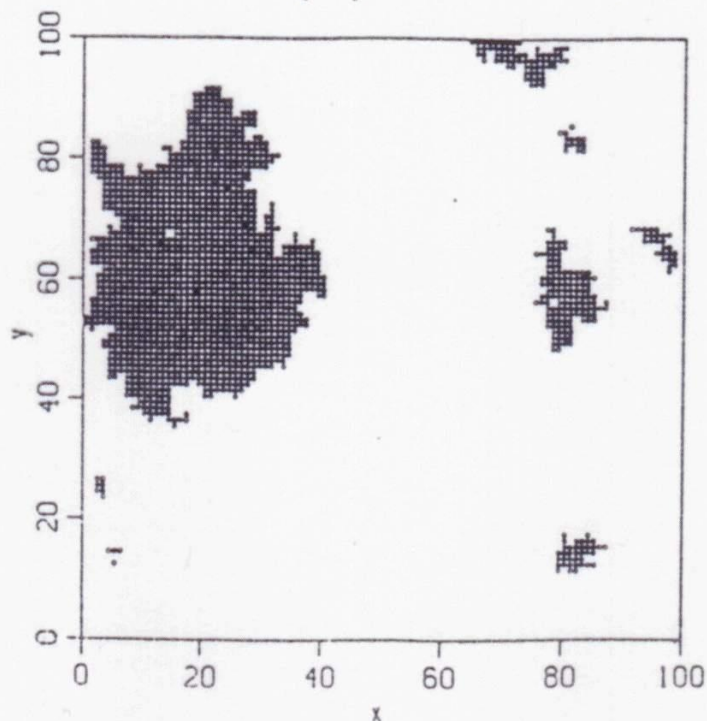
1	3	1	3	3
3				1
2				3
3	3			2
0	2	3	2	2



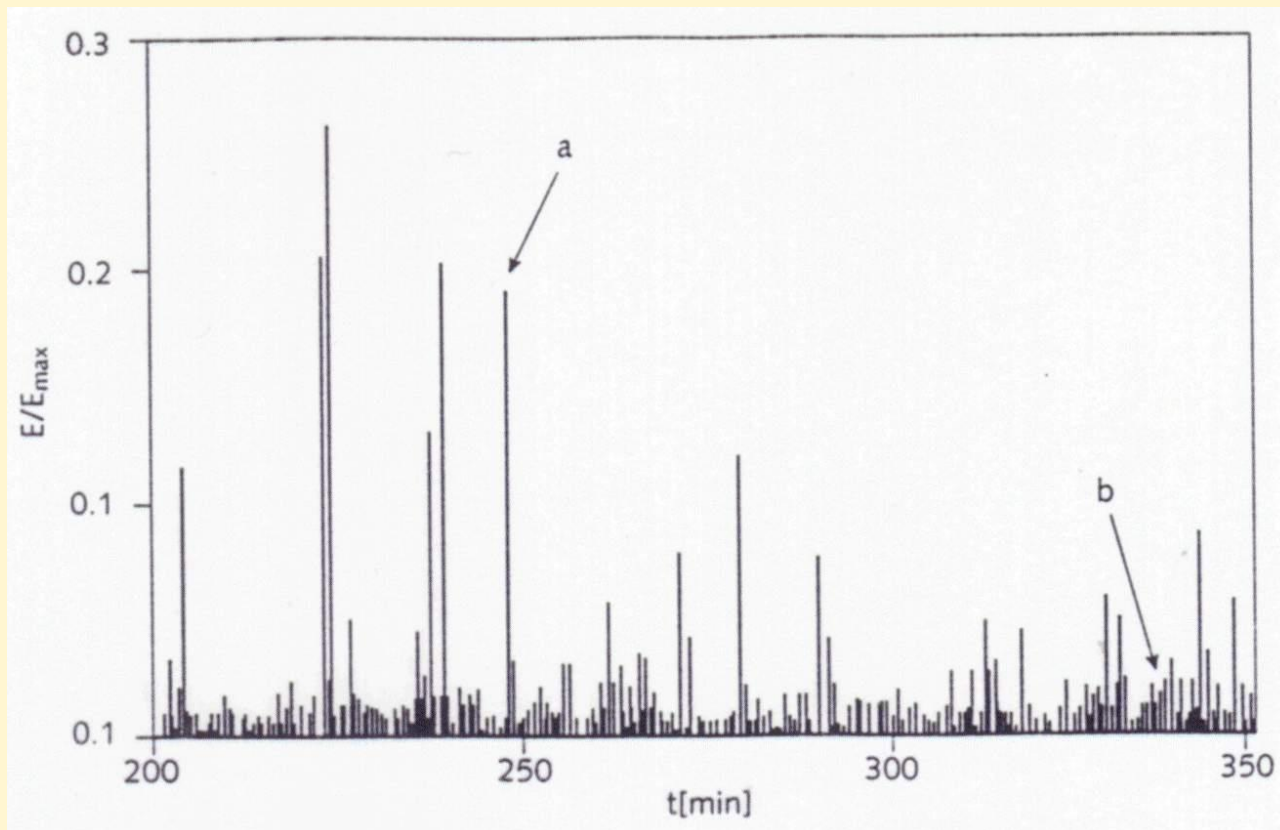
Velikost laviny
S se měří jako
počet
zasažených
uzlů po přidání
jedné částice.

Rozdělení velikostí lavin:

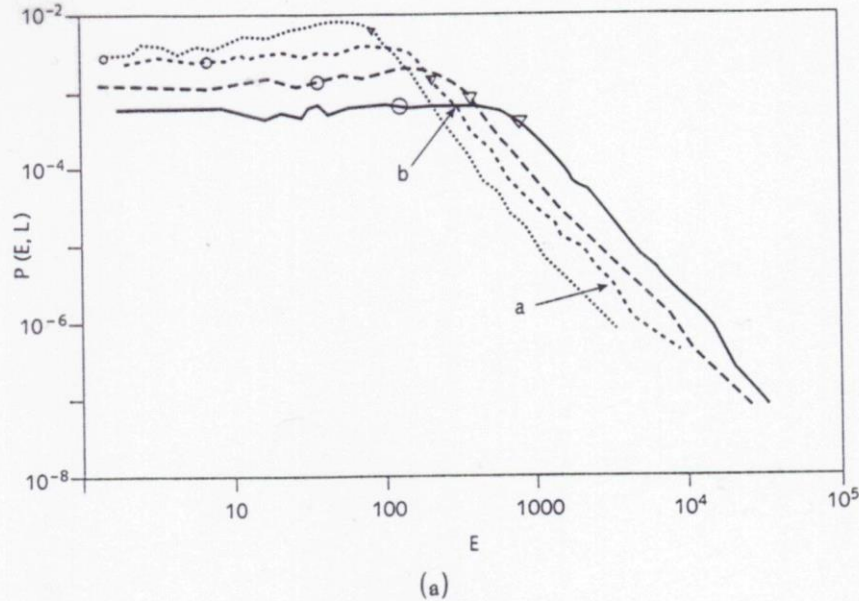
$$P(s) \propto s^{-\tau}, \tau = 1.22 \text{ in } D = 2.$$



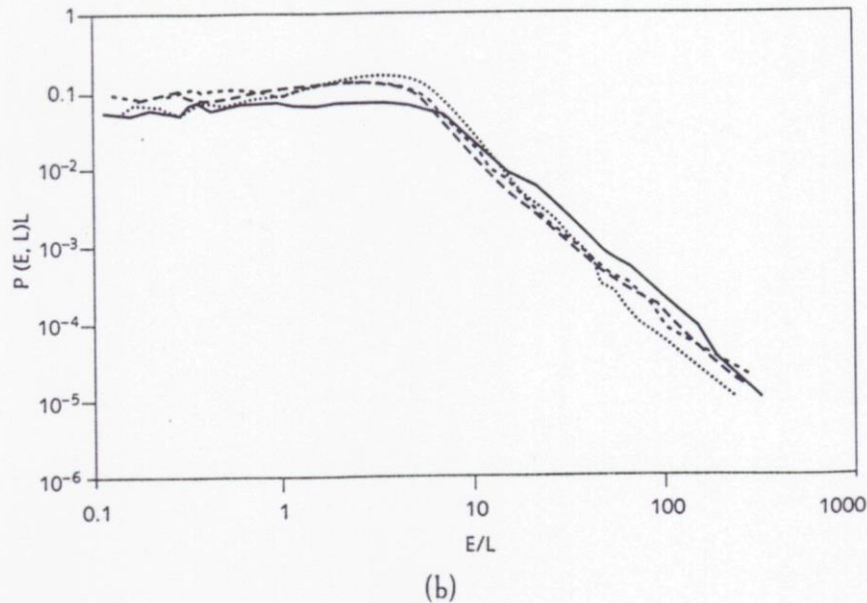
Experimentální měření lavin skutečného materiálu



Rozdělení lavin pro rýžové kupy



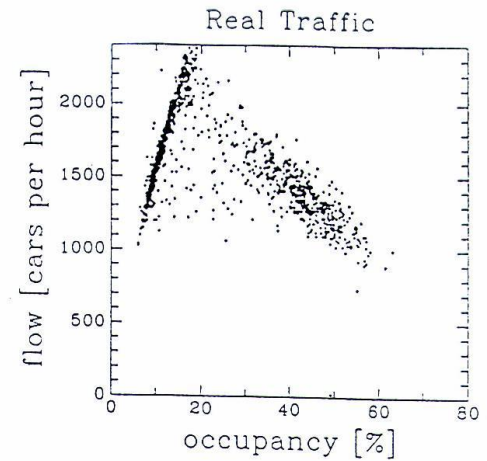
Křivky pro různé realizace



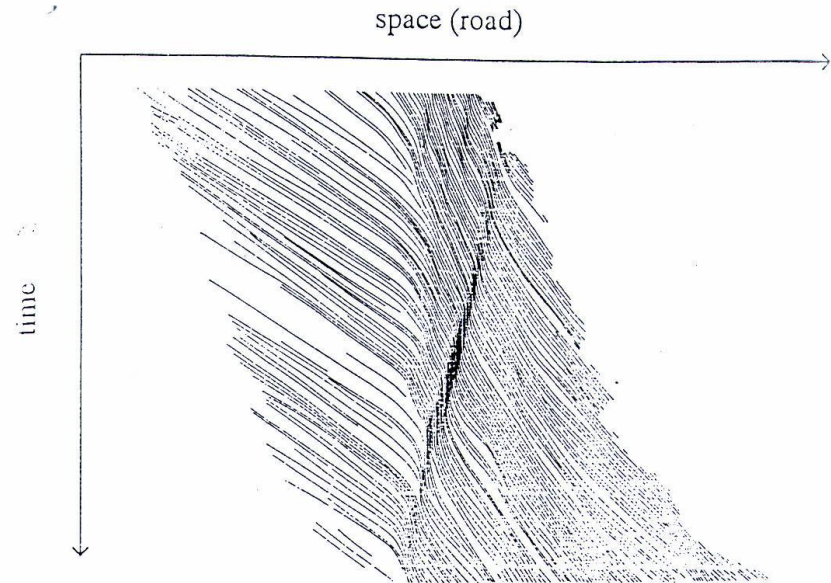
←
Přeškálované
křivky ukazují,
že jev je univerzální.

Data o skutečné dopravě

Cíl je maximální průjezdnost.
Ale vznikají zácpy.



Traffic flow q (in cars per hour) vs. occupancy (in cars per hour) from meas. reality. Occupancy is the percentage of the road which is covered by vehicles (after [17]).



Space-time-lines (trajectories) for cars from Aerial Photography (after [16]). Each line represents the movement of one vehicle in the space-time-domain.

Nagel-Schreckenbergův model

http://en.wikipedia.org/wiki/Nagel-Schreckenberg_model

Stav buňky: i) prázdná=žádné auto ii) auto s rychlostí V ; $V = 0, 1, \dots, V_{max}$.

Dynamika: obsazené buňky se pohybují jedním směrem $i \rightarrow i+1$;

auto na uzlu i vidí auto vpředu do vzdálenosti L

Paralelní automat – update se provádí paralelně.

V každém kroku se aplikují 4 akce v uvedeném pořadí na všechna auta.

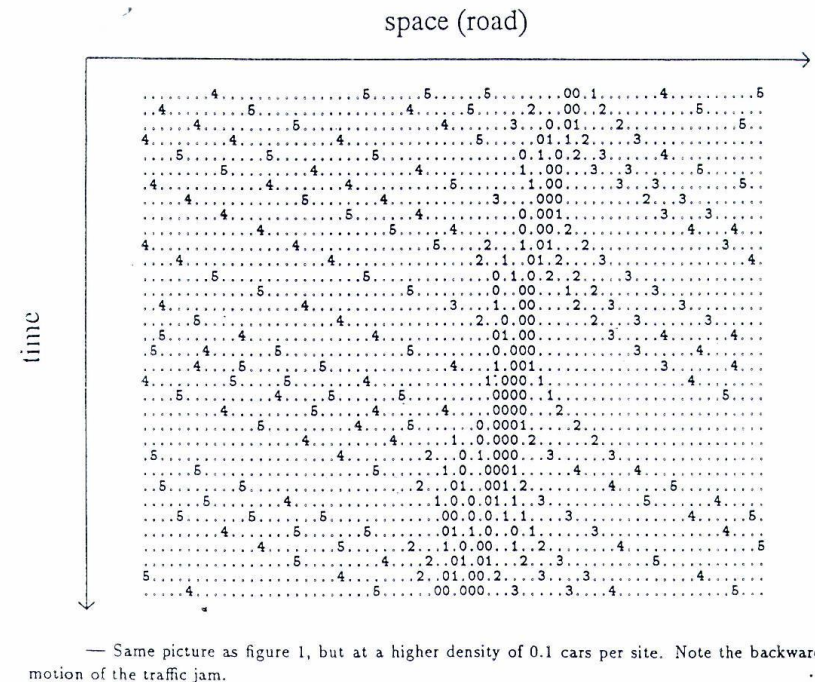
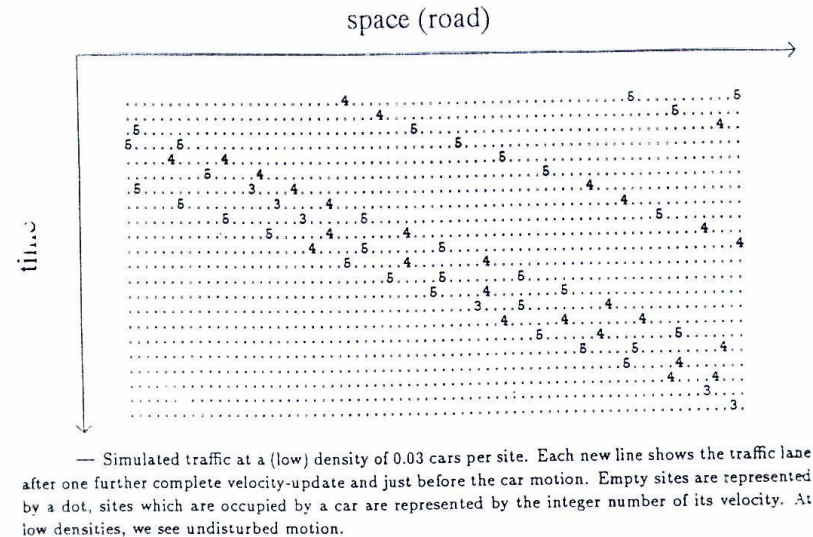
1. ZRYCHLENÍ: když auto jede menší než maximální rychlostí, pak jeho rychlost je zvýšena o jednotku, tj. $V \rightarrow V+1$, pokud může být.
2. BRZDĚNÍ: každé auto se kontroluje, aby jeho vzdálenost k předchozímu autu byla menší než jeho rychlost, tj. když $L \leq V$, pak $V \rightarrow V-1$.
3. NÁHODNÉ ZPOMALENÍ: rychlost každého auta, které má rychlost větší než 0, je s pravděpodobností p snížena o jednotku.
4. POHYB: všechna auta jsou posunuta dopředu o počet jednotek rovný jejich rychlosti.

Bod 3. je podstatný: lidský faktor, stav vozovky etc.,
bez něj přechod do stacionárního stavu s neměnnými rychlostmi!

Simulace Nagel- Schreckenbergova modelu

Vznikají zácpy, když
pohybu auta brání
předchozí vozidlo.

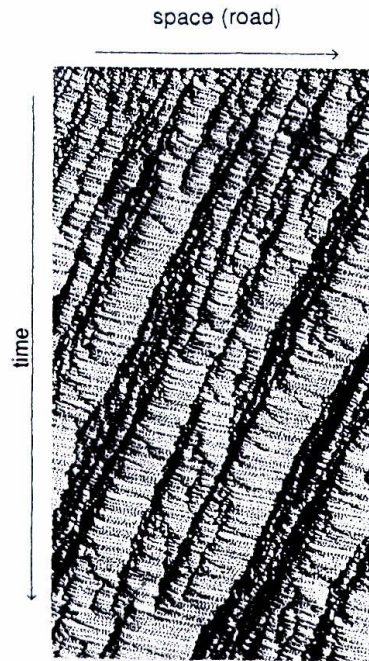
Zácpy se pohybují
proti směru jedoucích
vozidel.



Simulace Nagel- Schreckenbergova modelu

Zácpa se rozplyne,
když počet omezených
auta je nula.

Počet kroků t , než se
zácpa rozplyne, je
doba života zácpy.



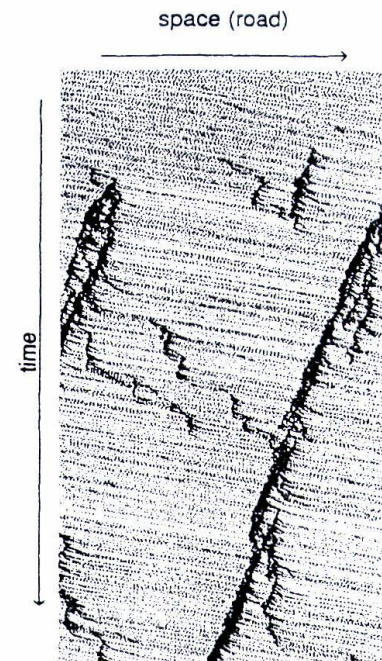
$v_{\max}=5$, parallel update

$$\rho = 0,3$$

rozdělení dob života

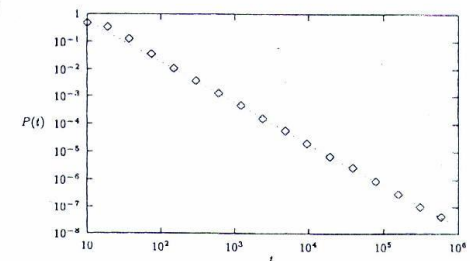
$$P(t) \sim t^{-\delta}$$

$$\delta = 1,5 \pm 0,01$$



$v_{\max}=5$, parallel update

$$\rho = 0,1$$



Lifetime distribution $P(t)$ for emergent jams in the outflow region; average over more than 65 000 clusters (avalanches). The dotted line has slope $-\frac{1}{2}$. Numerically imposed cutoff at $t = 10^6$.

Základní diagram dopravy

